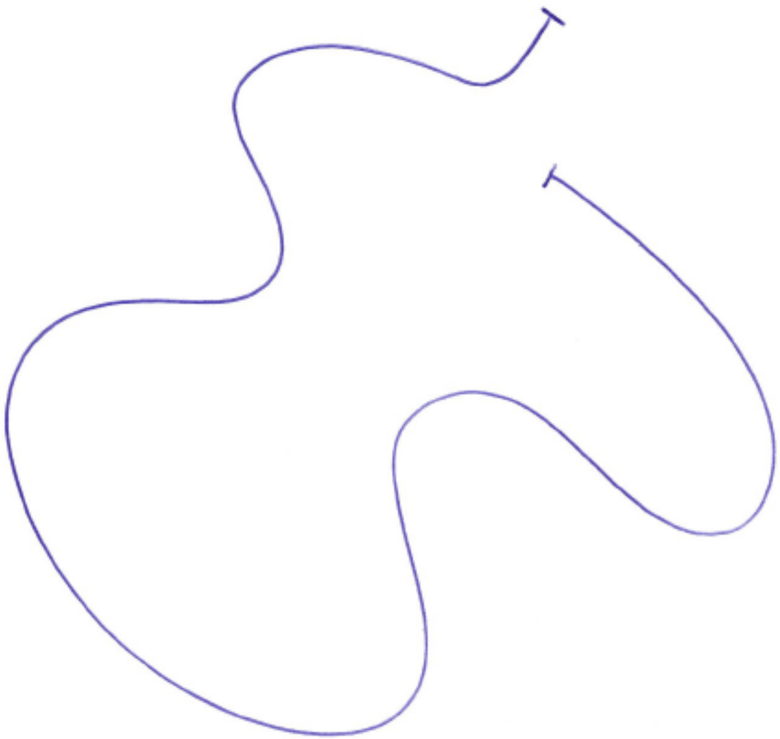
Courbes complexes

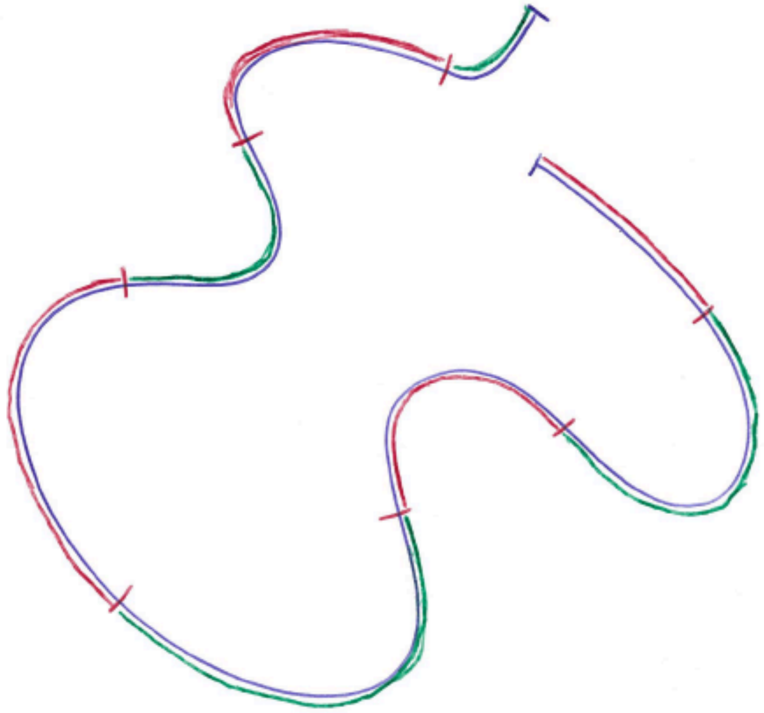
Problématique



- Modéliser une courbe complexe

- Trois solutions:
  - Une seule courbe de Bézier de très haut degré
    - impossible en pratique, car *explosion* du polygone de contrôle
  - Plusieurs courbes de Bézier
    - Raccord entre les courbes
  - Une seule courbe de subdivision

Raccord entre courbes de Bézier



- Raccord C0: pas de « trou » entre les courbes
- Raccord C1: pas de « pic » entre les courbes
- Raccord C2: pas de « coup de volant » entre les courbes

Dérivées des courbes de Bézier

$$B(t) = b_0 B_0^n(t) + b_1 B_1^n(t) + ... + b_n B_n^n(t)$$

$$B'(t) = n\Delta b_0 B_0^n(t) + n\Delta b_1 B_1^n(t) + ... + n\Delta b_n B_n^n(t)$$

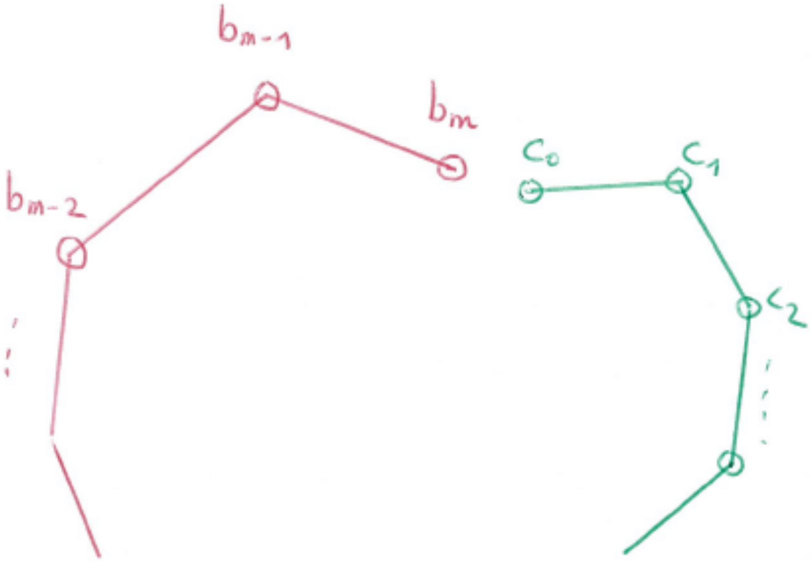
$$\Delta b_i = b_{i+1} - b_i$$

$$B''(t) = n(n-1)\Delta^2 b_0 B_0^n(t) + n(n-1)\Delta^2 b_1 B_1^n(t) + ... + n(n-1)\Delta^2 b_n B_n^n(t)$$

$$\Delta^2 b_i = b_{i+2} - 2b_{i+1} + b_i$$

Position	Dérivées premières	Dérivées secondes
$B(0) = b_0$	$B'(0) = n(b_1 - b_0)$	$B''(0) = n(n-1)(b_2 - 2b_1 + b_0)$
$B(1) = b_n$	$B'(1) = n(b_n - b_{n-1})$	$B''(1) = n(n-1)(b_n - 2b_{n-1} + b_{n-2})$

Raccord entre courbes de Bézier



Raccord C0: $b_m = c_0$

Raccord C1: $m(b_m - b_{m-1}) = n(c_1 - c_0)$

Raccord C2: $m(m-1)(b_m - 2b_{m-1} + b_{m-2}) = n(n-1)(c_2 - 2c_1 + c_0)$

Application 1

- Raccord C1, courbes Bézier de degré 3, interpolation points + dérivées

Application 2

- Raccord C2, courbes Bézier de degré 3, interpolation points